Wydział Mechaniczny Energetyki i Lotnictwa
Zakład Wytrzymałości Materiałów i Konstrukcji

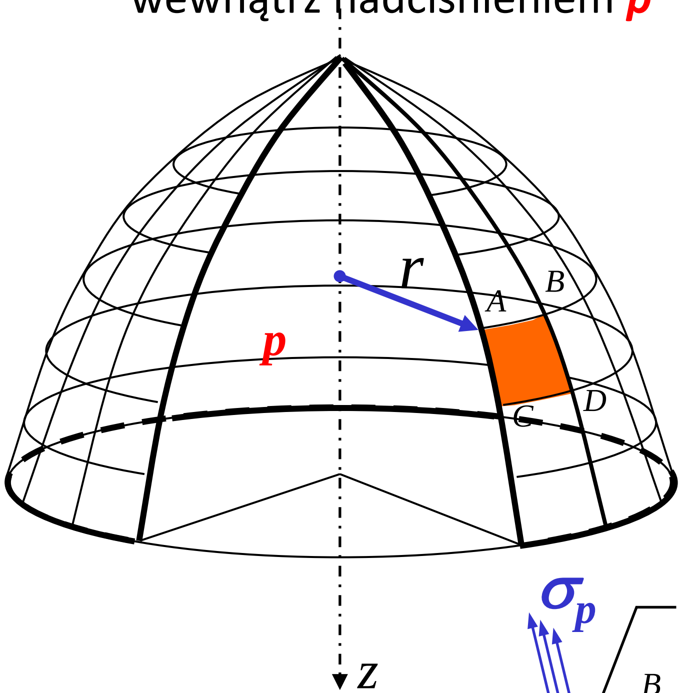
Wykład 11X

Powłoki osiowosymetryczne

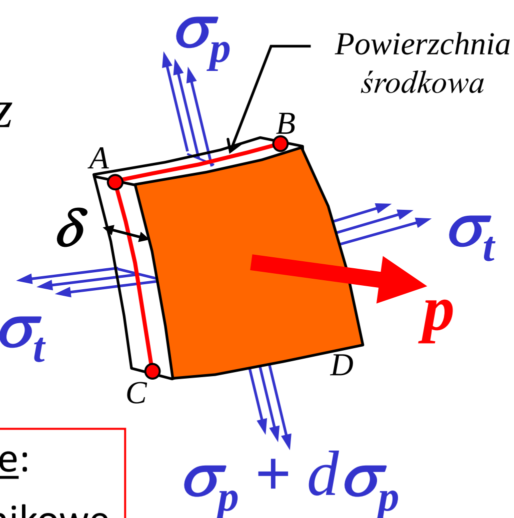
Przypomnienie

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Powłoka osiowosymetryczna obciążona od wewnątrz nadciśnieniem ***p***



Element płaszcza

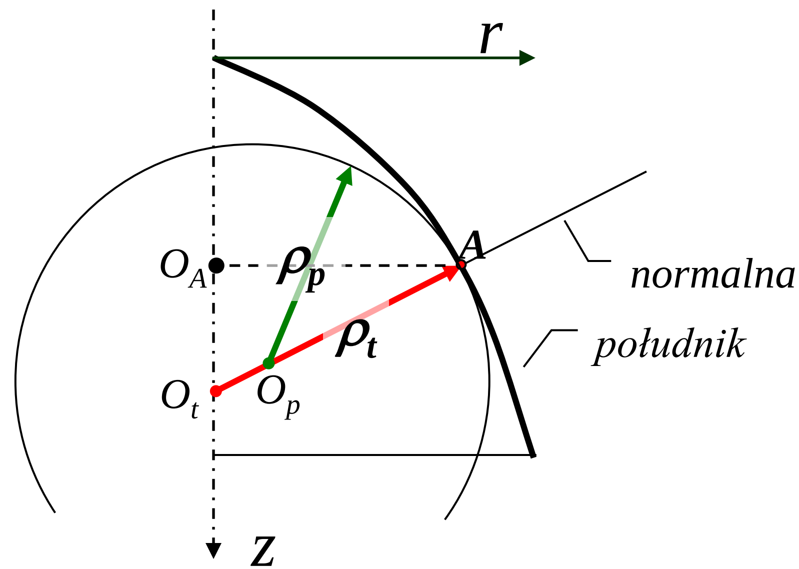


<u>Definicja geometrii:</u>

Kształt południka opisany przez funkcje:

r *(z)* – promień wodzący ($r = |O_A A|$)

δ (z) – grubość płaszcza powłoki



<u>Naprężenia główne</u>:

σ_p – naprężenia południkowe

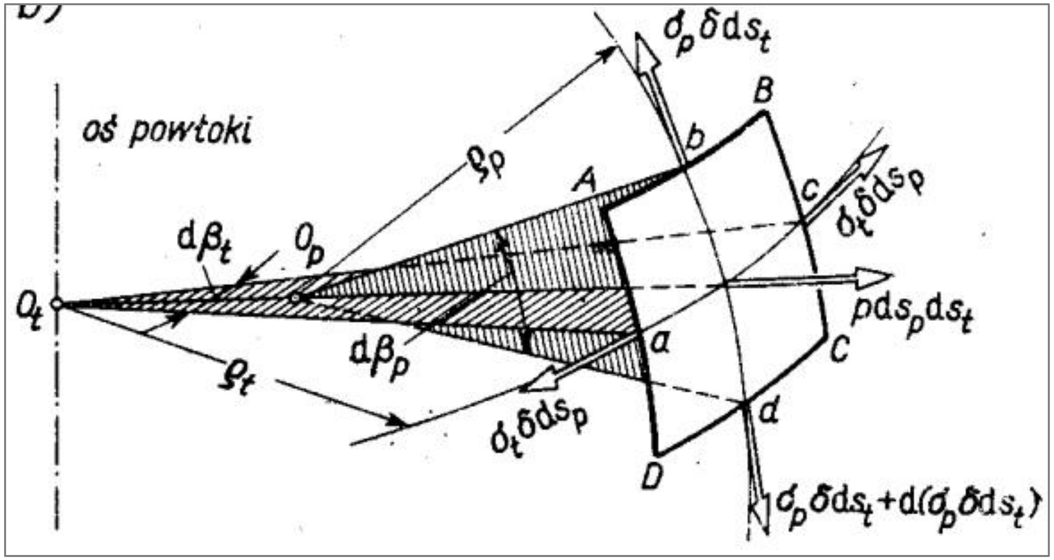
σ_t – naprężenia obwodowe

Dla powłoki osiowosymetrycznej mamy <u>dwa główne promienie krzywizny</u>:

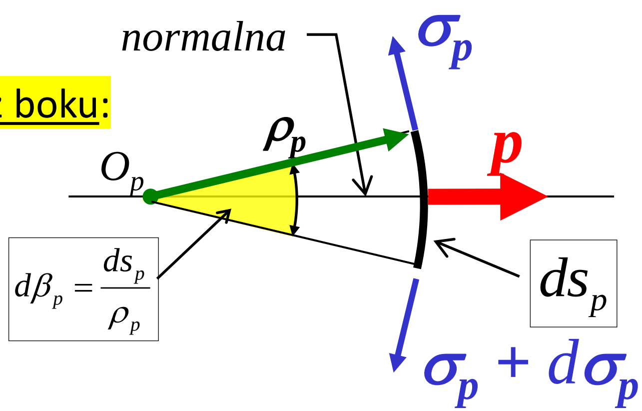
ρ_p – promień krzywizny południka ($\rho_p = |O_p A|$)

ρ_t – promień krzywizny obwodowy ($\rho_t = |O_t A|$)

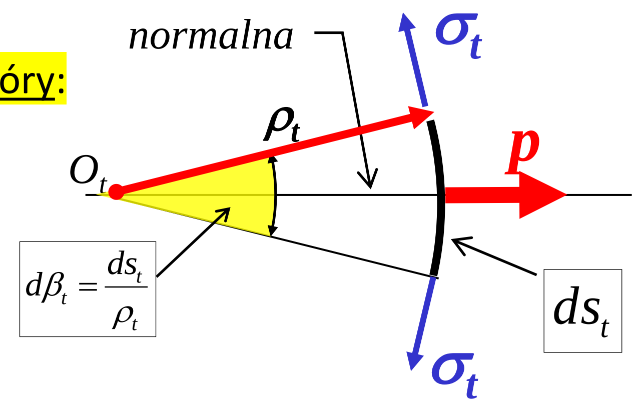
Zwykle promienie krzywizny są funkcjami położenia punktu A



Widok z boku:



Widok z góry:



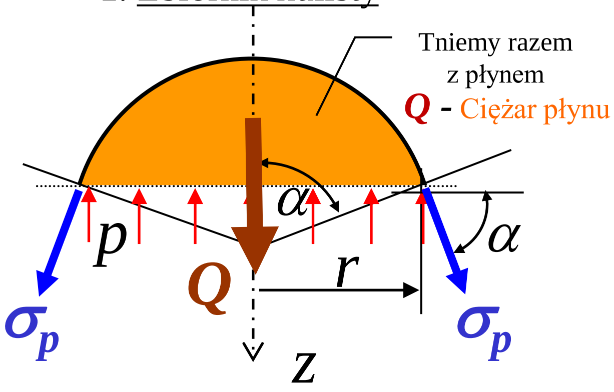
I. Równanie równowagi sił na kierunek normalnej:

$$ds_t \cdot ds_p \cdot p - \sigma_p \cdot ds_t \cdot \delta \cdot 2\sin\frac{d\beta_p}{2} - \sigma_t \cdot ds_p \cdot \delta \cdot 2\sin\frac{d\beta_t}{2} = 0 \longrightarrow \boxed{\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}}$$

Równanie Laplace'a

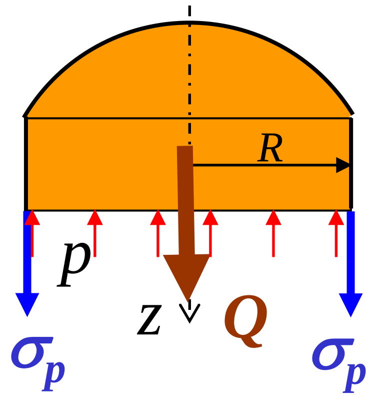
Typowe powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

1. Zbiornik kulisty



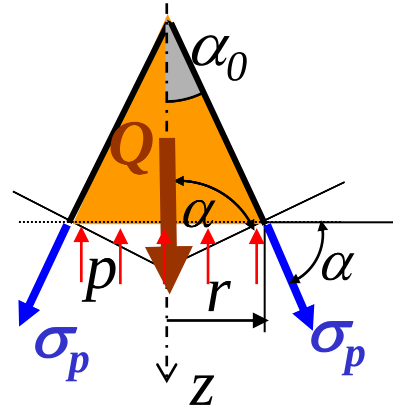
$\rho_p = R$ $\quad$ $\rho_t = R$

2. Zbiornik walcowy



$\rho_p = \infty$ $\quad$ $\rho_t = R$

3. Zbiornik stożkowy



$\rho_p = \infty$ $\quad$ $\rho_t = \dfrac{r}{\sin\alpha} = \dfrac{r}{\cos\alpha_0}$

I. Równanie równowagi sił na oś z:

$$2\pi r\delta\sigma_p \sin\alpha - \pi r^2 p + Q = 0$$

$$2\pi R\delta\sigma_p - \pi R^2 p + Q = 0$$

$$2\pi r\delta\sigma_p \sin\alpha - \pi r^2 p + Q = 0$$

II. Równanie Laplace'a :

$$\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta} \rightarrow \frac{\sigma_p}{R} + \frac{\sigma_t}{R} = \frac{p}{\delta}$$

$$\rightarrow \cancel{\frac{\sigma_p}{\infty}} + \frac{\sigma_t}{R} = \frac{p}{\delta}$$

$$\rightarrow \cancel{\frac{\sigma_p}{\infty}} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}$$

Jeśli kontur płaszcza jest linią prostą, to naprężenia obwodowe nie mają związku z naprężeniami południkowymi!

III. Naprężenia zredukowane:

$$\sigma_{red}^{H} = \sqrt{\sigma_p^2 - \sigma_p\sigma_t + \sigma_t^2}$$

lub

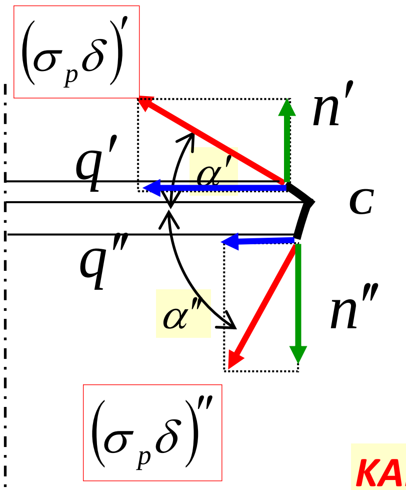
$$\sigma_{red}^{T} = \max\left(|\sigma_p|, |\sigma_t|, |\sigma_p - \sigma_t|\right)$$

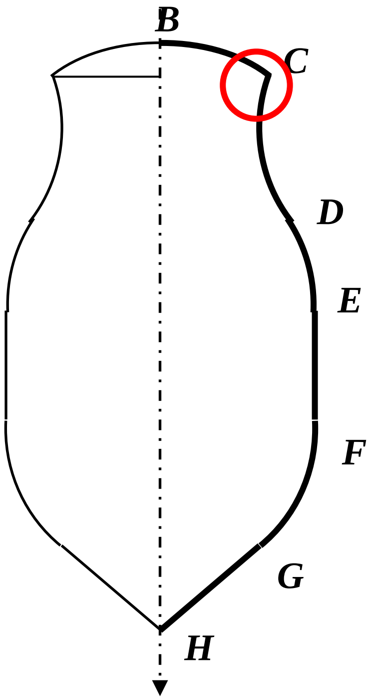
Punkty szczególne w powłokach:

Przyjmujemy idealny układ naprężeń, tzw. stan błonowy.

W rzeczywistości występują zaburzenia:

I. Załamanie płaszcza (pkt.C) – *nieciągłość I rodzaju*



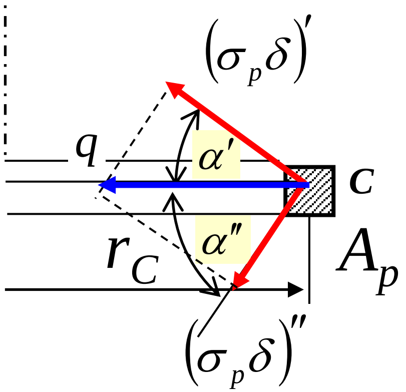


$n' \; i \; n''$ - te wydatki kasują się *(równowaga)*

$q' \; i \; q''$ - te wydatki sumują się:

$$q = q' + q''$$

***KANON!** Potrzebny jest pierścień kołowy o przekroju* $\boldsymbol{A_p}$ *do przeniesienia wydatku* $\boldsymbol{q}$



Siła rozciągają lub ściskająca pierścień: $N = q\, r_C$

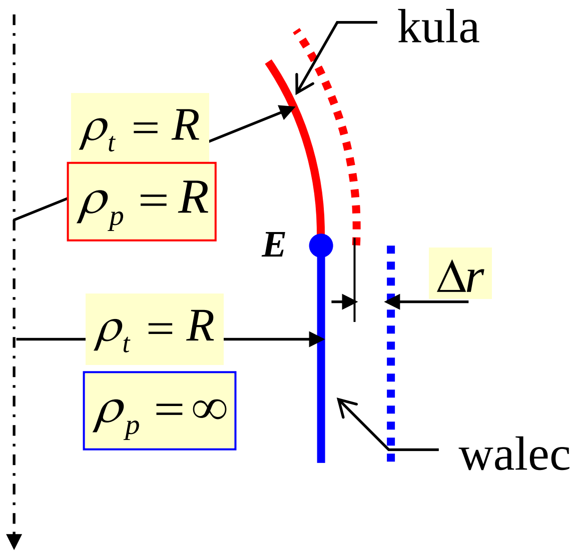
Naprężenia w pierścieniu: $\sigma_N = \dfrac{q\, r_C}{A_p}$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Punkty szczególne w powłokach:

II. Załamanie „niejawne” płaszcza (pkt.E, F i G) – *nieciągłość II rodzaju*

Skok krzywizny południkowej powoduje różną „chęć” odkształcenia obwodowego:



$$\varepsilon_t = \tfrac{1}{E}\left(\sigma_t - \nu\sigma_p\right)$$

Kula:

$$\sigma_t = \frac{pR}{2\delta}$$

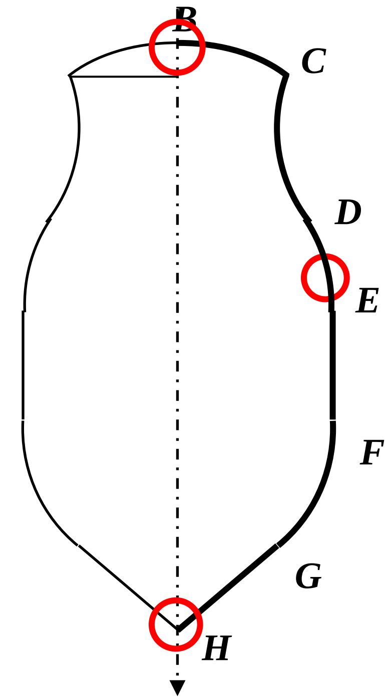
Walec:

$$\sigma_t = \frac{pR}{\delta}$$

$$\sigma_p = \frac{pR}{2\delta}$$

$$\Delta r = \varepsilon_t R$$

Stąd stany zgięciowe!

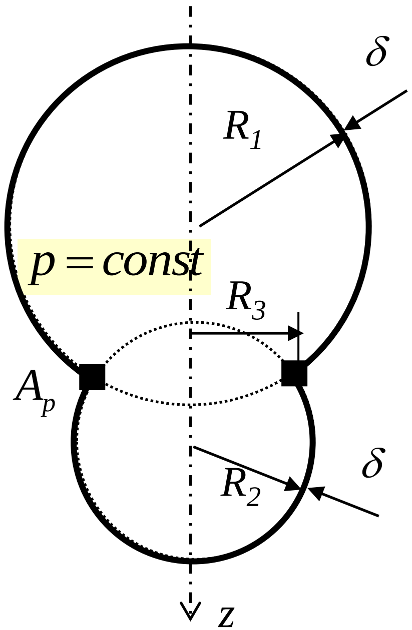


III. Zakończenie płaskie (pkt.B) pracuje jak kula o promieniu $\rho_p = \rho_t$

IV. Zakończenie w szpic (pkt.H) daje składowe zerowe naprężenia: $\sigma_p = \sigma_t = 0$!!!

Należy zwracać uwagę na znaki ρ_p i ρ_t!!!

Zad.1. Zbiornik składa się z dwóch powłok kulistych. Znaleźć stan naprężenia w płaszczu i pierścieniu.



Dane:

$R_1=2m$

$R_2=1.5m$

$R_3=1m$

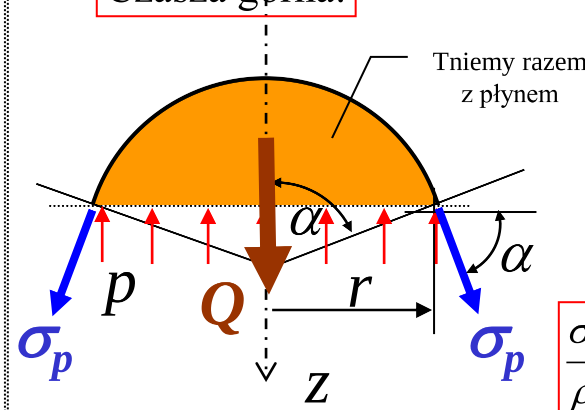
$\delta=1cm$

$A_p=100cm^2$

$p=10\ bar$

$(1MPa)$

Czasza górna:



$$Q = \gamma \cdot V = 0$$

Równanie równowagi sił na z:

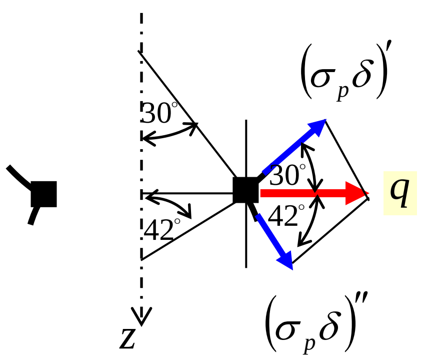
$$2\pi r\delta\sigma_p \sin\alpha - \pi r^2 p + Q = 0$$

$$\sigma_p = \frac{pR_1}{2\delta} = \frac{1\cdot 2}{2\cdot 0.01} = 100MPa$$

$$\boxed{\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}} \rightarrow \sigma_t = \frac{pR_1}{2\delta} = 100MPa$$

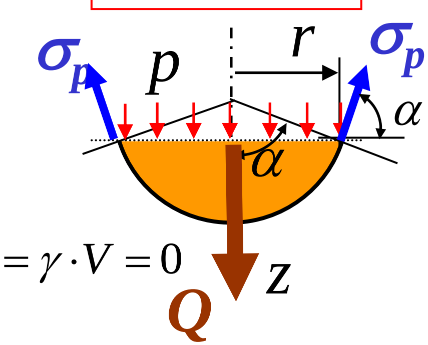
$$\sigma^H_{red} = \sqrt{\sigma_p^2 - \sigma_p\sigma_t + \sigma_t^2} = \frac{pR_1}{2\delta} = 100MPa$$

Pierścień:



$$q = (\sigma_p\delta)'\cos 30^\circ + (\sigma_p\delta)''\cos 42^\circ$$

Czasza dolna:



$$Q = \gamma \cdot V = 0$$

$$-2\pi r\delta\sigma_p \sin\alpha + \pi r^2 p + Q = 0$$

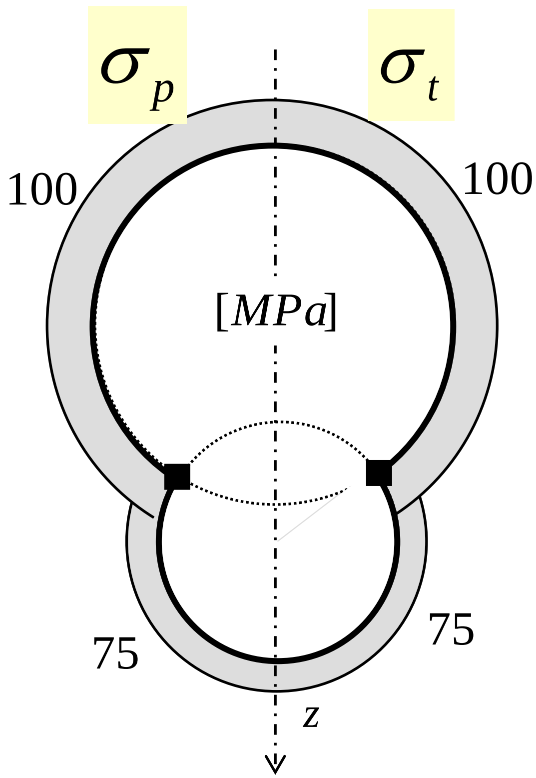
$$\sigma_p = \frac{pR_2}{2\delta} = \frac{1\cdot 1.5}{2\cdot 0.01} = 75MPa$$

$$\boxed{\frac{\sigma_p}{\rho_p} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}} \rightarrow \sigma_t = \frac{pR_2}{2\delta} = 75MPa$$

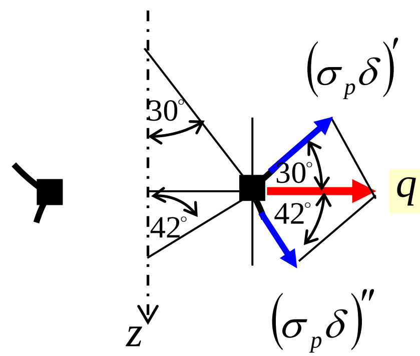
$$\sigma^H_{red} = \sqrt{\sigma_p^2 - \sigma_p\sigma_t + \sigma_t^2} = \frac{pR_2}{2\delta} = 75MPa$$

Powłoki osiowosymetryczne - Teoria błonowa

Rozkłady naprężeń:



Pierścień:



Wydatek obciążający pierścień:

$$q = \left(\sigma_p \delta\right)' \cos 30^\circ + \left(\sigma_p \delta\right)'' \cos 42^\circ$$

$$q = \frac{pR_1}{2\delta} \cdot \delta \cos 30^\circ + \frac{pR_2}{2\delta} \cdot \delta \cos 42^\circ$$

$$q = \frac{p}{2}\left(R_1 \cos 30^\circ + R_2 \cos 42^\circ\right)$$

$$q = \frac{10^6}{2}\left(2 \cdot \cos 30^\circ + 1.5 \cdot \cos 42^\circ\right) = 1.423 \cdot 10^6 \frac{N}{m}$$

Siła w pierścieniu:

$$N = q \cdot R_3 \quad = 1.423 \cdot 10^6 \frac{N}{m} \cdot 1m \quad = 1.423 MN$$

Naprężenia rozciągające pierścień:

$$\sigma_N = \frac{N}{A_p} = \frac{1.423 \cdot 10^6\ N}{100 \cdot 10^2\ mm^2} \quad = 142 MPa$$